Wähle drei der fünf Aufgaben:

1. Max Modulo und Paul Prim spielen das „Hunderterspiel“, und das geht so:

   Einer beginnt und wählt eine einstellige positive natürliche Zahl.
   Der andere wählt die nächste Zahl, indem er zur vorgegebenen einen oder mehrere (natürlich verschiedene) echte Teiler dieser Zahl addiert.
   (Anmerkung: Echte Teiler einer Zahl sind Teiler, die kleiner sind als diese Zahl.)

   Es geht so lange weiter so, bis jemand die Zahl 100 erreicht oder überschreitet.
   Wird 100 überschritten, so wird das Spiel „unentschieden“ gewertet, erreicht jemand 100, so hat er gewonnen.

   Nach einigen Partien wird ihnen dieses Spiel aber langweilig, weil sie als geübte Mathematiker erkennen, dass der, der beginnt, immer gewinnen kann, wenn er richtig spielt.
   Gib eine sichere Gewinnstrategie an, d.h. gib eine Startzahl und alle weiteren Zahlen an, die zum sicheren Gewinn führen!

2. Bestimme alle positiven natürlichen Zahlen x bzw. y, für die gilt: $7x - y! = 2007$.
   Anleitung: $0! = 1, 1! = 1, 2! = 1 \cdot 2 = 2, 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24, \ldots$

3. Die Folge $\langle x_n \rangle$ ist folgendermaßen definiert: x_0 ist eine positive natürliche Zahl, $x_{n+1} = x_n/10$, falls x_n durch 10 teilbar ist, und $x_{n+1} = x_n + d$, falls x_n nicht durch 10 teilbar ist.

   (a) Wähle $d = 3$ und beweise, dass die Folge unabhängig vom Wert von x_0 die folgenden beiden Eigenschaften hat: 1) Sie ist beschränkt, und 2) sie ist nicht konvergent.

   (b) Gib alle positiven natürlichen Zahlen d an, so dass für die dadurch definierten Folgen nicht beide Eigenschaften, die in Aufgabe a) aufgezählt sind, zutreffen!

4. Gesucht sind alle linearen Funktionen $f(x)$, für die gilt: $f(1) = f(f(1)) = f(f(f(1)))$.

5. Die drei Kreise k_1, k_2 und k_3 mit den Mittelpunkten M_1, M_2 und M_3 schneiden einander im Punkt S, der Inkreismittelpunkt des Dreiecks $M_1M_2M_3$ ist.
   A ($\neq S$), B ($\neq S$) und C ($\neq S$) sind Schnittpunkte der Kreise k_2 und k_3, k_1 und k_3 bzw. k_1 und k_2.
   Beweise, dass S der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ist!