

1. Bestimme alle Paare  $a, b$  von natürlichen Zahlen, für die gilt:  $ab + 2a - b - 2a^2$  ist eine Primzahl und  $b - a^3 - 2005$  ist auch eine Primzahl!
2.  $ABC$  sei ein rechtwinkeliges Dreieck,  $AB$  ist die Hypotenuse und hat die Länge 10. Die Winkelsymmetrale des Winkels  $\alpha = \angle BAC$  schneidet sie Seite  $BC$  im Punkt  $W$ .
  - (a)  $W$  hat von der Geraden  $AB$  den Abstand 3. Wie lang sind die Katheten des Dreiecks?
  - (b) Kann der Abstand von  $W$  zu  $AB$  größer als 3 sein? Begründe!
3. Eine Zahlenfolge  $\langle a_n \rangle$  ist folgendermaßen gegeben:  $a_0 = x, a_1 = x + 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}}$  für  $n > 0$ 
  - (a) Beweise, dass es keine reelle Zahl  $x$  gibt, für die diese Folge konvergiert!
  - (b) Gib alle reellen Zahlen  $x$  an, so dass die Zahl 2005 in der Folge vorkommt!
4. Unter  $\prod_{x=1}^{2005} f(x)$  versteht man das Produkt  $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(2005)$ . Welche Vorzeichen hat das Produkt  $\prod_{x=1}^{2005} (2x^2 - 97x - 99)$ ?
5. Das regelmäßige Zwölfeck hat den Umkreisradius  $r$ .
  - (a) Beweise, dass die Summe alle Diagonalenlängen größer als  $60r$  und kleiner als  $96r$  ist!
  - (b) Drücke den Flächeninhalt des Zwölfecks durch  $r$  aus!
  - (c) Beweise, dass  $u = 6r \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})$  der Umfang des Zwölfecks ist!(Beantworte diese Fragen ohne Verwendung von Winkelfunktionen!)

Für den Qualifikationswettbewerb werden die besten drei Ergebnisse der Aufgaben 1-5 gewertet.