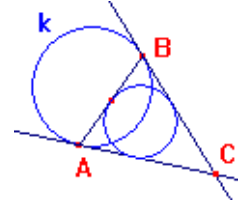


1. Die Punkte  $A$  und  $B$  liegen auf dem Kreis  $k$ ,  $\overline{AB}$  ist kein Durchmesser.  $C$  ist der Schnittpunkt der Tangenten in  $A$  bzw.  $B$ . Zeige, daß der Inkreismittelpunkt des Dreiecks  $\triangle ABC$  auf  $k$  liegt!



2. Beweise, daß das Gleichungssystem keine reellen Lösungen hat:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2002 \\xy + yz + zx &= 2004002\end{aligned}$$

3. Für die folgende Aufgabe verstehen wir unter "Summe von Ziffern" die Summe modulo 10, d.h., wenn die Summe zweier Ziffern größer ist als 10, so subtrahieren wir 10 davon, damit wieder eine Ziffer herauskommt: z.B.  $7 + 8 = 5$ . Weiters nennen wir eine Zahl "lieblich", wenn für alle Ziffern (außer der ersten und der letzten) gilt, dass sie gleich der Summe ihrer beiden Nachbarziffern ist, also ist z.B. 31879 lieblich, weil  $1 = 3 + 8$ ,  $8 = 1 + 7$  und  $7 = 8 + 9$  gilt.

- (a) Beweise, dass jede siebenstellige liebliche Zahl mit der gleichen Ziffer endet, mit der sie beginnt!
- (b) Ermittle alle siebenstelligen lieblichen Zahlen, die die Ziffern 2, 0, 0, 2 - in dieser Reihenfolge, aber nicht unbedingt hintereinander - enthalten!

4.  $t_1, t_2, \dots, t_d$  seien der Größe nach geordnet die positiven Teiler der natürlichen Zahl  $n$  und  $d$  sei mindestens gleich 4. Bestimme alle solchen Zahlen  $n$  für alle ungeraden Zahlen  $k$ , für die gilt:  
 $t_1^2 + t_2^2 + t_{d-1}^2 + t_d^2 = kn$

5.  $M$  ist der Mittelpunkt eines Kreises  $k$ ,  $\overline{AB}$  ein Durchmesser,  $\overline{BC}$  eine Kreissehne ( $C \neq A$ ).  $D$  ist jener Punkt auf  $\overline{BC}$ , von dem aus die Strecke  $\overline{AM}$  unter einem möglichst großen Winkel gesehen wird.

Beweis: Der Winkel  $\angle MDB$  ist entweder gleich dem Winkel  $\angle MAD$  oder gleich dem Winkel  $\angle MBD$ .

Für den Qualifikationswettbewerb werden die besten drei Ergebnisse der Aufgaben 1-5 gewertet.