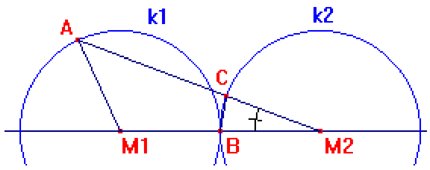
1. Eine Fibonacci-Folge ist eine Zahlenfolge, bei der jede Zahl (ab der dritten) die Summe der beiden vorangegangenen Zahlen ist, z.B.: $\langle 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots \rangle$
   Eine Fibonacci-Folge $\langle x_n \rangle$ ($x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_{n+2} = x_n + x_{n+1}$ für $n > 0$, a und b sind positive ganze Zahlen) heißt "heurig", wenn b ein Vielfaches von a ist und es einen Index N gibt, sodass $x_N = 2001$ gilt. (Z.B. ist die Folge $\langle a_1 = 69, a_2 = 966, a_3 = 1035, a_4 = 2001 \rangle$ eine "heurige" Folge und $N = 4$.) Bestimme von allen "heurigen Fibonacci-Folgen" jene, bei der N möglichst groß ist!

2. Bestimme alle Paare von positiven reellen Zahlen x und y, für die gilt:

$$24.5y - x^2 = 2001 \text{ und } x + \tfrac{y}{4} \leq \sqrt{xy}$$

3. Die beiden Kreise $k_1(M_1, r)$ und $k_2(M_2, r)$ berühren einander im Punkt B. A liegt auf k_1, C ist der Schnittpunkt der Strecke $\overline{AM_2}$ mit k_2.

   - Wie groß kann der Flächeninhalt des Dreiecks AM_1M_2 höchstens sein?
   - Wie groß kann der Flächeninhalt des Dreiecks BM_2C höchstens sein?
   - Wie groß kann der Winkel $\angle AM_2M_1$ höchstens sein?



4. Bestimme alle quadratischen Polynomfunktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$, für die gilt:

   - $f(1) = 3$
   - $f(2x) + 2x = 4f(x) - 3$ für alle reellen Zahlen x

5. Zu Ehren des heutigen Datums sollst du beweisen, daß für alle Zahlen x und y, die die Gleichung $27x + 3y = 2001$ erfüllen, $x^2 + y^2 > \sqrt{27032001}$ gilt!

Für den Qualifikationswettbewerb werden die besten drei Ergebnisse der Aufgaben 1-5 gewertet.