1. Gegeben ist ein regelmäiges n-Eck mit dem Umkreismittelpunkt M_1. A und B seien zwei benachbarte Punkte dieses n-Ecks. M_2 ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABM_1, M_3 der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABM_2, u.s.w.
   Beweise, dass die Folge $\langle M_1, M_2, M_3, \ldots\rangle$ aus höchstens $n-1$ verschiedenen Punkten besteht!

2. Bestimme alle geometrischen Zahlenfolgen $\langle a, aq, aq^2, aq^3, \ldots\rangle$ mit ganzzahligem $a > 0$ und ganzzahligem $q > 1$, in denen genau drei zweistellige und genau zwei dreistellige Zahlen vorkommen, wenn man diese Zahlen im dekadischen Zahlensystem schreibt.

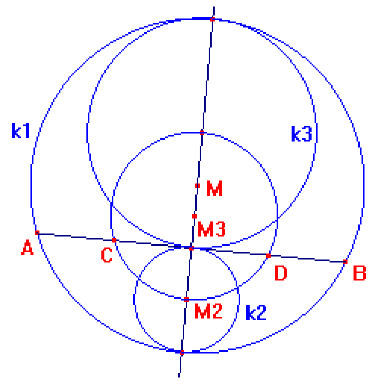
3. Für alle natürlichen Zahlen $x > 2$ sei $f(x)$ die Summe aller Zahlen zwischen x und $2x$, die zu x relativ prim sind.
   Beweise: $\frac{f(x)}{3x}$ ist eine ganze Zahl, für die gilt: $1 \leq \frac{f(x)}{3x} \leq \frac{x-1}{2}$. Für welche x gilt das Gleichheitszeichen?

4. Man bestimme alle natürlichen Zahlen x, y und z, die Löesung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 3y^2 - x^2 &= 11 \\ x^3 + 5x &= 9y^2 z \end{aligned}$$

   sind.

5. Gegeben ist ein Kreis $k\,[M; r]$ und zwei Punkte A und B auf k. $k_1\,[M_1; r_1]$ und $k_2\,[M_2; r_2]$ seien jene Kreise, die k und auch die Sehne $\overline{AB}$ berühren. $k_3\,[M_3; r_3]$ sei jener Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Strecke $\overline{M_2M_2}$ liegt und der durch M_1 und M_2 geht.
   Wie lange ist die Strecke $\overline{CD}$, die k_3 aus der Sehne $\overline{AB}$ herausschneidet?



Für den Qualifikationswettbewerb werden die besten drei Ergebnisse der Aufgaben 1-5 gewertet.