BRG SCHLOSS WAGRAIN
BRG SCHLOSS WAGRAIN

Schlossstraße 31 A-4840 Vöcklabruck

35. ÖSTERREICHISCHE MATHEMATIK-OLYMPIADE
QUALIFIKATIONSWETTBEWERB - OBERÖSTERREICH
23. MÄRZ 2004

1. Ist u eine ungerade natürliche Zahl, so teilt 96 immer $u^4 + 8u^3 + 14u^2 - 8u - 15$

   Beweise dies. Kann die Zahl 96 sogar durch eine noch größere Zahl ersetzt werden?

2. Für drei reelle Zahlen a, b, c gelten folgende zwei Gleichungen:

   (a) $a + b + c = 6$

   (b) $\dfrac{1}{a+b} + \dfrac{1}{b+c} + \dfrac{1}{c+a} = \dfrac{45}{52}$

   Zeige:

$$\frac{c+1}{a+b} + \frac{a+1}{b+c} + \frac{b+1}{c+a} > 3$$

3. Löse folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2z &= 0 \\ x^2 y^2 z + 45 &= 0 \\ 2(x^2 + y^2)z + (xy)^2 &= -91 \end{aligned}$$

4. $ABCD$ sei ein konvexes Viereck mit der Fläche 2004.

   Der Punkt K liegt auf AB mit $AK : KB = 2 : 1$, L liegt auf BC mit $BL : LC = 1 : 3$, M auf CD mit $CM = MD$ und N auf DA mit $DN : NA = 1 : 5$.

   Bestimme die Fläche des Sechsecks $AKLCMN$.

Quelle der Beispiele: Angabezettel eines Teilnehmers / einer Teilnehmerin