



39. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

17. Juni 2008

1. Für welche natürlichen Zahlen n ist

$$\frac{2^n}{n^2}$$

eine natürliche Zahl?

St. Wagner, Universität Stellenbosch, Südafrika

2. Man bestimme alle reellen Zahlen x mit

$$x[x[x]] = \sqrt{2}.$$

Dabei bezeichnet $[x]$ die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.

Th. Eisenkölbl, Universität Lyon, Frankreich

3. Man beweise für alle reellen Zahlen a, b mit $a + b \neq 0$ die Ungleichung

$$\frac{a + b}{a^2 - ab + b^2} \leq \frac{4}{|a + b|}.$$

Wann gilt Gleichheit?

K. Czakler, GRG 21, Wien

4. Sei ABC ein spitzwinkeliges Dreieck, in dem sich die Winkelsymmetrale des Winkels $\angle BAC$, die Höhe durch B und die Symmetrale der Seite AB in einem Punkt schneiden.

Man bestimme die Größe des Winkels $\alpha = \angle BAC$.

W. Janous, WRG Ursulinen, Innsbruck