



34. Österreichische Mathematik Olympiade Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger 12. Juni 2003

1. Für die reellen Zahlen x und y gilt $\lfloor \sqrt{x} \rfloor = 10$ und $\lfloor \sqrt{y} \rfloor = 14$. Wie groß ist

$$\left\lfloor \sqrt{\left\lfloor \sqrt{\left\lfloor x + y \right\rfloor} \right\rfloor} \right\rfloor ?$$

(Bemerkung: Die Quadratwurzeln sind die positiven Werte.)

2. Man bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung

$$(x - 4)(x^2 - 8 + 14)^2 = (x - 4)^3.$$

3. (a) Man zeige: Das Produkt von 5 aufeinander folgenden geraden natürlichen Zahlen ist durch 15 teilbar.
(b) Man bestimme die größte ganze Zahl D , sodass das Produkt von 5 aufeinander folgenden geraden Zahlen stets durch D teilbar ist.
4. Man zeige: Jedes einem Quadrat umschriebene Rechteck ist selbst ein Quadrat.
(Ein Rechteck ist einem Quadrat umschrieben, wenn auf jeder Rechteckseite genau ein Eckpunkt des Quadrats liegt.)