



32. Österreichische Mathematik Olympiade Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger 7. Juni 2001

1. Man zeige, dass für alle ungeraden natürlichen Zahlen n die Zahl $n^n - n$ durch 24 teilbar ist.
2. Wie betrachten die quadratischen Gleichungen $x^2 - 2mx - 1 = 0$, wobei m eine beliebige reelle Zahl sein kann.

Für welche Werte von m hat die Gleichung zwei reelle Lösungen, für die die Summe ihrer Kuben das Achtfache ihrer Summe ist?

3. Man bestimme alle reellen Zahlen x , für die die Ungleichung

$$(x - 1)^2(x - 4)^2 < (x - 2)^2$$

gilt.

4. Es sei ABC ein Dreieck mit den Winkeln α und β größer als 45° .

Über der Seite AB errichten wir ein gleichschenkelig rechtwinkeliges Dreieck ABR mit der Hypotenuse AB und R im Inneren des Dreiecks ABC .

Analog errichten wir über BC und AC gleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke CBP und ACQ , aber mit den Ecken P und Q (jeweils beim rechten Winkel) *außerhalb* des Dreiecks ABC .

Man zeige, dass $CQRP$ ein Parallelogramm ist.