

Bericht über die 52. Internationale Mathematische Olympiade, Amsterdam, Niederlande, 12. bis 24. Juli, 2011

## **I. Allgemeine Bemerkungen:**

Die IMO in den Niederlanden war nach teilnehmenden Ländern mit 101 die bisher zweitgrößte und nach Teilnehmern und Teilnehmerinnen mit 564 die bisher größte. Der Anteil an Mädchen stieg heuer wieder mit 57 knapp über 10 %. Beobachter wurden zusätzlich von Uganda und Senegal entsandt. Die vollständige Liste der teilnehmenden Länder ist auf der offiziellen Website der IMO ([www.imo-official.org](http://www.imo-official.org)) einzusehen. Wie üblich haben einige Länder (18), meist aus Kosten- oder Krankheitsgründen, mit einem verringerten Kontingent teilgenommen. Die 52. IMO war für Amsterdam und die Niederlande ein wichtiges Ereignis, und es fanden diverse Veranstaltungen unter Beteiligung von Bürgermeister und Minister statt. An verschiedenen Stellen der Stadt waren Plakate auf öffentlichen Plätzen sichtbar. Auch in den Medien wurde ausführlich berichtet. Die Organisation war hervorragend, wobei die besondere Freundlichkeit der Organisatoren ebenso auffiel wie ihre gute Vorbereitung auf alle Eventualitäten und ihre hohe Kompetenz. Die Eröffnungsveranstaltung fand ebenso wie die Abschlussfeier im RAI-Zentrum in Amsterdam statt. Als Neuerung wurden diese Feiern im Internet live übertragen, und auf der Website sind auch täglich Kurzfilme über das aktuelle Geschehen zu sehen gewesen.

Die Organisation war in den technischen Details wiederum eine Weiterentwicklung der hervorragenden und richtungweisenden slowenischen Organisation des Jahres 2006. Zu diesem Zweck hat man wie in den letzten Jahren wieder Matjaž Željko aus Ljubljana als Chef der IT Gruppe angestellt. Dieser ist auch nach wie vor für die offizielle Website der IMO zuständig.

Die Jury war zunächst in der Nähe von Eindhoven im Conference Centre Koningshof untergebracht, während Schüler und Deputies im Novotel Amsterdam City untergebracht wurden. Am zweiten Wettbewerbstag wurde auch die Jury nach Amsterdam gebracht, und ab diesem Zeitpunkt waren die Teams gemeinsam im Novotel und im benachbarten Koordinationshotel Holiday Inn untergebracht. Die Hotelunterkünfte waren durchwegs von sehr hohem Standard. Der Guide der österreichischen Mannschaft war in diesem Jahr eine sehr nette und hilfsbereite fachbegeisterte Lehrerin.

Jurysitzungen wurden von Hans van Duijn, Rector Magnificus der Technischen

Universität Eindhoven, geleitet. Heuer wurden von 46 Ländern 142 Aufgaben vorgeschlagen. In die Short List kamen in diesem Jahr je sieben Aufgaben aus den Bereichen Algebra und Kombinatorik und je acht aus den Bereichen Geometrie und Zahlentheorie. Von Österreich wurden heuer wieder fünf Aufgaben vorgeschlagen, und zwar eine von Walther Janous und vier von Gerhard Wöginger, wovon zwei in die Short List aufgenommen wurden. Leider wurden diese Aufgaben aber nicht zum Wettbewerb ausgewählt. In diesem Jahr gab es eine breite internationale Beteiligung im Aufgabenkomitee, mit Mitgliedern aus den Niederlanden, Ungarn, Deutschland, Luxemburg und Russland.

Das Auswahlverfahren für die Aufgaben war wieder ähnlich dem der letzten Jahre. Nach der Abstimmung über die Schwierigkeit und Beliebtheit der Aufgaben wurden Paare gleich schwerer Aufgaben gebildet, worüber dann abgestimmt wurde. Bei jeder Abstimmung konnte jedes Jurymitglied seine Stimme jedem Paar geben. Das Paar mit der geringsten Stimmenzahl wurde jeweils gestrichen und der Vorgang wiederholt. Nach den zwei leichten Aufgaben wurden die zwei schwersten Aufgaben auf diese Art ausgewählt. Da es zu diesem Zeitpunkt noch keine Zahlentheorieaufgabe in der Auswahl gab, wurde zuerst eine solche ausgewählt, und abschließend die sechste, ebenfalls mittelschwere, Aufgabe ausgewählt.

Die Koordination verlief in diesem Jahr völlig problemlos, da alle Koordinatoren hoch qualifiziert und bestens vorbereitet waren. Manche hatten schon Erfahrung als Koordinatoren entweder bei der 50. IMO in Deutschland, oder im Jahr zuvor in Spanien. Für die Jury blieb wie zuletzt in der Abschlusssitzung nichts übrig, da alle offenen Fragen rechtzeitig geklärt werden konnten.

Ein bemerkenswerter Vorfall war das Nichterscheinen der Mannschaft aus Kambodscha. Dahinter stecken dürfte ein undurchsichtiger Korruptionsfall in Kambodscha. Das vorhandene Geld soll in unklaren Kanälen versickert sein, und dies scheint sich dort zu einem möglicherweise offenen lokalen Skandal zu entwickeln. Ebenfalls bemerkenswert war, dass die Nordkoreanische Mannschaft, im Vorjahr disqualifiziert, in diesem Jahr keinen Leader zur Aufgabenauswahl geschickt hat. Dieser kam erst mit der Mannschaft, womit man zeigen wollte, dass die Mannschaft so stark ist, nicht auf Unregelmäßigkeiten bauen zu müssen. Die intendierte Folgerung für alle sollte natürlich sein, dass die Disqualifikation im Vorjahr zu Unrecht geschehen sein soll. Das Thema wurde allerdings von der Jury nicht wieder aufgegriffen.

Die gesamte österreichische Mannschaft hatte sich gut auf die Olympiade vorbereitet, und das Mannschaftsergebnis ist für Österreich auch das Beste seit 1999. Es fällt besonders erfreulich auf, dass jedes Mitglied der österreichischen Mannschaft eine Medaille oder Honorable Mention geschafft hat. Das Trainingscamp fand in Aldrans bei Innsbruck statt, organisiert von Walther Janous. Die Betreuung erfolgte dabei durch Gerhard Kirchner und Birgit Schmidt. Das Trainingscamp fand wie schon zwei Mal zuvor zusammen mit der Mannschaft aus Südafrika statt, was wiederum als sehr erfolgreich bezeichnet werden darf. (Auch die Südafrikanische Mannschaft erreichte das beste Ergebnis seit langem.)

## **II. Teilnehmer:**

Leader (Delegationsleiter):

Prof. Dr. Robert GERETSCHLÄGER

Deputy Leader (Stellvertreter):

Prof. Mag. Walther JANOUS,

## **Schüler:**

- 1) Georg ANEGG
- 2) Adrian FUCHS
- 3) Lucas KLETZANDER
- 4) Martin NÄGELE
- 5) Bernd PRACH
- 6) Roland PROHASKA

## **III. Programm der Jury:**

12.7.: Ankunft in Amsterdam, Bustransfer ins Conference Centre

Koningshof, Erhalt der Aufgaben ohne Lösungen

13.7.-: Bearbeitung der Aufgaben, Erhalt der Aufgaben mit Lösungen

14.7.: Jurysitzungen und Rechnen der vorgeschlagenen Aufgaben; Empfang am Eindhoven University of Technology

15.-16.7.: Jurysitzungen; Übersetzung der Aufgaben in alle Sprachversionen

17.7.: Abfahrt um 13:30 zur Eröffnungszeremonie in Amsterdam;

Abendessen am Royal Netherlands Academy of Arts and Science

18.7.: Vormittags Fragebeantwortung (keine Frage von der österreichischen Mannschaft); nachmittags Kurzexkursion in die Umgebung

20:00 Verteilung der Schülerarbeiten des ersten Tages zur Korrektur

19.7.: Vormittags Fragebeantwortung (keine Frage von der österreichischen Mannschaft); Busfahrt nach Amsterdam, Beziehen der neuen Hotelzimmer

20:00 Verteilung der Schülerarbeiten des zweiten Tages zur Korrektur

20.-21.7.: Koordination

22.7.: Vormittags abschließende Jurysitzung

Abends gemeinsame Amsterdam Exkursion

23.7.: Vormittags frei

Nachmittags Schlusszeremonie und Abschlussparty

24.7.: Heimreise

#### **IV. Programm der Schüler:**

16.7.: Ankunft in Amsterdam, Freizeit

17.7.: Eröffnungszeremonie und Freizeit

18.7.: erster Wettbewerbstag, Nachmittag frei

19.7.: zweiter Wettbewerbstag, Nachmittag frei

20.-21.7.: Ausflüge

22.7.: Sport und gemeinsamer Amsterdam Ausflug

23.7.: Vormittags frei

Nachmittags Schlusszeremonie und Abschlussparty

24.7.: Heimreise

#### **V. Aufgaben:**

Erster Tag

18. Juli 2011

##### **Aufgabe 1.**

Für jede Menge  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  von vier paarweise verschiedenen positiven ganzen Zahlen, deren Summe  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$  mit  $s_A$  bezeichnet werde, sei  $n_A$  die Anzahl der Paare  $(i, j)$  mit  $1 \leq i < j \leq 4$ , für die  $a_i + a_j$  die Zahl  $s_A$  teilt.

Bestimme unter all diesen Mengen  $A$  diejenigen, für die  $n_A$  maximal ist.

### **Aufgabe 2.**

Sei  $S$  eine endliche Menge von mindestens zwei Punkten in der Ebene. Dabei wird angenommen, dass keine drei Punkte von  $S$  kollinear sind. Als *Windmühle* bezeichnen wir einen Prozess der folgenden Art. Wir starten mit einer Geraden  $l$ , die genau einen Punkt  $P \in S$  enthält.

Die Gerade  $l$  wird im Uhrzeigersinn um den *Drehpunkt*  $P$  so lange gedreht, bis sie zum ersten Mal auf einen weiteren Punkt aus  $S$ , der mit  $Q$  bezeichnet sei, trifft. Die Gerade wird weiter im Uhrzeigersinn mit  $Q$  als neuem Drehpunkt gedreht, bis sie wieder auf einen Punkt aus  $S$  trifft. Dieser Prozess wird unbegrenzt fortgesetzt.

Man beweise, dass für geeignete Wahl eines Punktes  $P \in S$  und einer Ausgangsgeraden  $l$ , die  $P$  enthält, die resultierende Windmühle jeden Punkt aus  $S$  unendlich oft als Drehpunkt hat.

### **Aufgabe 3.**

Sei  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  eine Funktion, die die Bedingung

$$f(x+y) \leq yf(x) + f(f(x))$$

für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$  erfüllt.

Man beweise, dass  $f(x) = 0$  für alle  $x \leq 0$  gilt.

Arbeitszeit: 4 1/2 Stunden

Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.

Zweiter Tag

19. Juli 2011

### **Aufgabe 4.**

Sei  $n > 0$  eine ganze Zahl. Gegeben seien eine Balkenwaage und  $n$  Gewichtsstücke mit den Gewichten  $2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$ . Wir sollen jedes der  $n$  Gewichtsstücke, eines nach dem anderen, so auf die Waage legen, dass die rechte Schale zu keinem Zeitpunkt schwerer als die linke ist. In jedem Zug wählen wir ein Gewichtsstück aus, das zu diesem Zeitpunkt noch nicht auf die Waage gelegt wurde und legen es entweder auf die linke oder die rechte Schale bis alle Gewichtsstücke verwendet worden sind.

Man bestimme die Anzahl derartiger Folgen mit  $n$  Zügen.

### **Aufgabe 5.**

Sei  $f$  eine Funktion, die die Menge der ganzen Zahlen in die Menge der positiven ganzen Zahlen abbildet. Für je zwei ganze Zahlen  $m$  und  $n$  sei die Differenz  $f(m) - f(n)$  durch  $f(m-n)$  teilbar.

Man beweise für alle ganzen Zahlen  $m, n$  mit  $f(m) \leq f(n)$ , dass  $f(n)$  durch  $f(m)$  teilbar ist.

### Aufgabe 6.

Es seien  $ABC$  ein spitzwinkliges Dreieck mit dem Umkreis  $\Gamma$  und  $l$  eine Tangente an

$\Gamma$ . Ferner seien  $l_a$ ,  $l_b$  und  $l_c$  die Geraden, die durch Spiegelungen von  $l$  an den Geraden  $BC$ ,  $CA$  bzw.  $AB$  entstehen.

Man beweise, dass der Umkreis des Dreiecks, das von den Geraden  $l_a$ ,  $l_b$  und  $l_c$  gebildet wird, den Kreis  $\Gamma$  berührt.

Arbeitszeit: 4 1/2 Stunden

Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.

## VI. Ergebnisse

In diesem Jahr war der Gesamtschwierigkeitsgrad der Olympiade wieder ähnlich wie im Vorjahr, was das gute Abschneiden der österreichischen Mannschaft als besonders stark erscheinen lässt. Die volle Punktezahl von 42 wurde in diesem Jahr nur von einer einzigen Teilnehmerin (Lisa Sauermann aus Deutschland) erreicht, die damit mit 4 Gold- und 1 Silbermedaille zur neuen Rekordinternationalen bei IMOs avanciert.

Eine Goldmedaille wurde ab 28 Punkten (im Vorjahr 27) vergeben, Silber ab 22 Punkten (im Vorjahr ab 21) und Bronze ab 16 Punkte (im Vorjahr ab 15).

Die österreichische Mannschaft errang zwei Silbermedaillen, zwei Bronzemedaillen und zwei Honorable Mentions.

In der (inoffiziellen) Länderwertung belegte Österreich den Rang 36 (im Vorjahr Rang 47). Dies ist beste Platzierung einer österreichischen Mannschaft seit 1999. Die Ergebnisse im Einzelnen:

### Österreich:

Name	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Summe	
ANEGG Georg	7	0	0	7	7	0	21	Bronze
FUCHS Adrian	7	7	1	7	1	0	23	Silber
KLETZANDER Lucas	7	3	0	3	1	0	14	HM
NÄGELE Martin	3	0	0	7	7	0	17	Bronze
PRACH Bernd	7	6	1	7	3	0	24	Silber
PROHASKA Roland	7	1	0	1	2	0	11	HM

## **Länderwertung:**

Die Ergebnisse der ersten 10 Länder sind in folgender Tabelle ersichtlich:

Volksrepublik China	189
USA	184
Singapur	179
Russland	161
Thailand	160
Türkei	159
Nordkorea	157
Taiwan	154
Rumänien	154
Iran	151

Die vollständigen Ergebnisse finden sich unter <http://www.imo-official.org>

## **VII. IMOAB und künftige Olympiaden:**

Die Vorsitzenden im AB waren heuer:

Vorsitzender:	Nazar Agakhanov, Russland
Sekretär:	John Webb, Südafrika
Mitglied:	Gregor Dolinar, Slowenien
Mitglied:	Geoff Smith, Großbritannien
Mitglied:	Myung-Hwan Kim, Korea

ex officio IMO 2010 Tildash Bituova, Kazachstan  
ex officio IMO 2011 Wim Berkelmans, Niederlande  
ex officio IMO 2012 Patricia Fauring, Argentinien

## **Künftige Olympiaden:**

2012: Argentinien  
2013: Kolumbien  
2014: Südafrika  
2015: Thailand

Nachdem es zuletzt Probleme mit dem Auffinden von Veranstaltern gab, ist dieser Aspekt nunmehr für die nächsten Jahre geklärt. Hilfreich dürfte dabei der von der Firma Google gesponserte Betrag von einer Million Euro für die nächsten 5 Jahre sein. Da es mit diesem Geld erstmals den Bedarf nach einer dauerhaften

**52. Internationale Mathematikolympiade 2011 - Niederlande**

Organisationsstruktur für IMO-Geld gibt, wurde eine solche mit Sitz in den Niederlanden geschaffen, die direkt dem IMO-AB untersteht, und deren Personalbesetzung von der AB beschlossen wird. Derzeitige Mitglieder sind Wim Berkelmans (NL) und Steve Dunbar (USA).

Eine lange Diskussion über Änderungen im Auswahlverfahren der Aufgaben wurde ohne Ergebnis abgebrochen. Die vorgeschlagenen Neuerungen hätten die Länge der IMO für die Jury verkürzt, da die Aufgaben von einem bestellten Komitee ausgewählt worden wären. Für diesen Vorschlag konnte keine Mehrheit gefunden werden. Die Diskussionen zu diesem Thema scheinen allerdings noch nicht beendet. Als einzig konkretes Ergebnis blieb die Schaffung eines (bereits seit langem von vielen geforderten) Ethikkomitees, dessen Besetzung durch den AB Vorsitzenden vorgenommen werden wird. Dieser Gruppe wird es zufallen, weitere Vorschläge zur weiteren Vorgangsweise zum Thema Mogelverdacht und Aufgabenauswahl zu entwickeln und der Jury im Weiteren vorzulegen.